

Izračunavanje i primjena srednjih vrijednosti

Radaković, Đurđica

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Polytechnic Nikola Tesla in Gospić / Veleučilište Nikola Tesla u Gospiću**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:107:043886>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-12-19**



Repository / Repozitorij:

[Polytechnic Nikola Tesla in Gospić - Undergraduate thesis repository](#)



VELEUČILIŠTE „NIKOLA TESLA“ U GOSPIĆU

Đurđica Radaković

IZRAČUNAVANJE I PRIMJENA SREDNJIH VRIJEDNOSTI

CALCULATION AND APPLICATION OF MEAN VALUES

Završni rad

Gospić, 2017.

VELEUČILIŠTE „NIKOLA TESLA“ U GOSPIĆU

Poslovni odjel

Stručni studij Ekonomika poduzetništva

IZRAČUNAVANJE I PRIMJENA SREDNJIH VRIJEDNOSTI

CALCULATION AND APPLICATION OF MEAN VALUES

Završni rad

MENTOR

Kristina Devčić, univ.spec.oec.

viši predavač

STUDENT

Đurđica Radaković

MBS: 2962000524/12

Gospić, travanj 2017.

Veleučilište „Nikola Tesla“ u Gospiću
Poslovni odjel
Gospić, 15. veljače 2017.

Z A D A T A K

za završni rad

Pristupniku _____ Đurđici Radaković _____ MBS: _____ 2962000524/12 _____.


Studentu stručnog studija Ekonomika poduzetništva izdaje se tema završnog rada pod nazivom

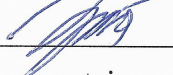
_____ Izračunavanje i primjena srednjih vrijednosti _____

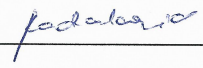
Sadržaj zadatka :

Definirati pojam srednjih vrijednosti. Posebno definirati svaku srednju vrijednost. Dati formule za negrupirane, a posebno za grupirane podatke. Primjenu srednjih vrijednosti prikazati primjerima. Analizirati i prikazati izračunavanje srednjih vrijednosti primjenom nekoliko programskih paketa. Donijeti zaključak.

Završni rad izraditi sukladno odredbama Pravilnika o završnom radu Veleučilišta „Nikola Tesla“ u Gospiću.

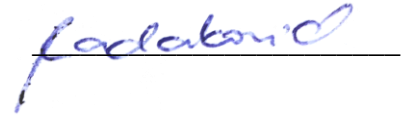
Mentor: _____ Kristina Devčić, v.pred. _____ zadano: _____ 15. veljače 2017. _____, _____  _____
(ime i prezime) (nadnevak) potpis

Pročelnik odjela: _____ dr.sc. Vlatka Ružić, v.pred. _____ predati do: _____ 05. rujna 2017. _____, _____  _____
(ime i prezime) (nadnevak) potpis

Student: _____ Đurđica Radaković _____ primio zadatak: _____ 15. veljače 2017. _____, _____  _____
(ime i prezime) (nadnevak) potpis

IZJAVA

Izjavljujem da sam završni rad pod naslovom **IZRAČUNAVANJE I PRIMJENA SREDNJIH VRIJEDNOSTI** izradila samostalno pod nadzorom i uz pomoć mentora Kristine Devčić, univ.spec.oec., višeg predavača.



SAŽETAK

Statistika je posebna znanstvena disciplina koja za realizaciju postavljenih ciljeva istraživanja na organiziran način vrši odabir i grupiranje podataka, prezentira i vrši analizu podataka te interpretira rezultate provedene analize. Korištenjem statističkih metoda se u području ekonomije prikupljaju i analiziraju podaci o industrijskoj, poljoprivrednoj i drugoj proizvodnji, unutrašnjoj i vanjskoj trgovini, turizmu, cijenama, financijskim tokovima i drugim ekonomskim pojavama. Srednje vrijednosti su konstante kojima se predočuju nizovi varijabilnih podataka. To su vrijednosti statističkog obilježja oko kojih se grupiraju podaci statističkog niza. Srednje vrijednosti se razlikuju prema načinu određivanja, svojstvima i mogućnostima primjene. U ovom završnom radu je dan pregled srednjih vrijednosti. Na konkretnim primjerima je objašnjena primjena srednjih vrijednosti. Prikazani su rezultati statističke obrade primjenom programskih paketa MS Excel, PHStat, Stata i SPSS. Na temelju dobivenih rezultata moguće je detaljno analizirati prikazane podatke te ih međusobno usporediti. S obzirom na nešto rjeđu primjenu geometrijske i harmonijske sredine može se primijetiti da su one izostavljene iz standardnih ispisa navedenih programskih paketa.

Ključne riječi: aritmetička sredina, geometrijska sredina, harmonijska sredina, medijan, mod.

ABSTRACT

Statistics is a scientific discipline that for the realization of the objectives of the research in an organized manner is selects, groups, presents and analyzes data and interprets the results of the analysis. By using statistical methods in the field of economics, it collects and analyzes data on industrial, agricultural and other production, internal and external trade, tourism, prices, financial flows and other economic phenomena. Mean values are constants that vizualize data. They are values of the statistical variables around which the data are grouped. Mean values vary according to the manner of calculation, properties and potential applications. In this paper an overview of mean values is given. On concrete examples the application of mean values is explained. The results of the statistical analysis using the software package MS Excel, PHStat, Stata and SPSS are obtained. Based on the obtained results it is possible to analyze the data and compare them. Due to the less frequent use of geometric and harmonic mean, it can be noted that they were omitted from the standard outputs obtained from software packages.

Keywords: mean, geometric mean, harmonic mean, median, mode.

SADRŽAJ:

1. UVOD	1
1.1. Predmet istraživanja	2
1.2. Svrha i cilj istraživanja	2
1.3. Istraživačke metode	2
1.4. Struktura rada	2
2. SREDNJE VRIJEDNOSTI	3
2.1. Aritmetička sredina	5
2.2. Geometrijska sredina	11
2.3. Harmonijska sredina	15
2.4. Medijan	18
2.5. Mod	21
3. IZRAČUN SREDNJIH VRIJEDNOSTI PRIMJENOM PROGRAMSKIH ALATA	24
3.1. Izračun srednjih vrijednosti u MS Excelu	25
3.2. Izračun srednjih vrijednosti u PHStatu	26
3.3. Izračun srednjih vrijednosti u Stati	27
3.4. Izračun srednjih vrijednosti u SPSS-u	30
4. ZAKLJUČAK	33
LITERATURA	34

1. Uvod

Kad se spomene pojam „statistika“, najprije se pomisli na skup broječnih podataka o stanju neke pojave ili pak na državnu statistiku. Kao porijeklo riječi statistika navodi se latinska riječ *status* što označava stanje, a statistika opisivanje stanja.

Treba uzeti u obzir da statističke analize datiraju nekoliko stoljeća prije naše ere. U jednostavnim oblicima statistika se pojavila prije Krista u babilonskoj, kineskoj i egipatskoj civilizaciji te u Rimskom Carstvu, a svodila se na popisivanje poljoprivrednih prinosa, stanovništva i materijalnog bogatstva. U srednjem vijeku prikupljali su se podaci o činjenicama bitnim za političko-gospodarsko stanje političkih entiteta. Obrada ovih podataka izvodila se kako bi država imala uvid u svoju vojnu i financijsku moć.

Danas je statistika posebna znanstvena disciplina koja za realizaciju postavljenih ciljeva istraživanja na organiziran način vrši odabir i grupiranje podataka, prezentira i vrši analizu podataka te interpretira rezultate provedene analize. (Šošić, 2006.)

Iz navedenog se može definirati statistiku kao znanstvenu disciplinu koja se bavi prikupljanjem, obradom i analiziranjem podataka o masovnim promjenama. (Šošić, 2006.)

Statistika se kao znanstvena disciplina dijeli na deskriptivnu i inferencijalnu. Metode deskriptivne statistike sastoje se u primjeni postupaka uređivanja, grupiranja, tabeliranja, grafičkog prikazivanja statističkih podataka te od izračunavanja različitih statističko-analitičkih veličina.

Deskriptivna statistika se bavi:

- mjerama centralne tendencije: mod i medijan te aritmetička sredina, geometrijska i harmonijska sredina;
- mjerama disperzije: raspon, standardna devijacija, varijanca, interkvartil i semiinterkvartil, koeficijent varijacije, koeficijent kvartilne devijacije;
- grafičkim i tabelarnim prikazivanjem osnovnih statističkih vrijednosti.

(<https://bs.wikipedia.org/wiki/Statistika> (10.ožujka 2017.))

Inferencijalna statistika se odnosi na provjeravanje postavljenih hipoteza uz pomoć statističkih testova, koeficijenta i njihove značajnosti. Metode inferencijalne statistike polaze iz uzorka realne i konačne populacije na čemu se baziraju njihovi rezultati i zaključci.

1.1. Predmet istraživanja

U ovom radu pažnju ćemo posvetiti pojmu srednje vrijednosti koja se u literaturi nalazi pod pojmom mjere centralne tendencije. Objašnjeni su pojmovi potpunih i položajnih srednjih vrijednosti. Na konkretnim primjerima su objašnjene primjene srednjih vrijednosti. Dani su rezultati statističke obrade u odabranim programskim paketima.

1.2. Svrha i cilj istraživanja

Svrha i cilj ovog diplomskog rada na temu „Izračunavanje i primjena srednjih vrijednosti“ je izraditi sistematičan pregled srednjih vrijednosti i objašnjavanje primjene srednjih vrijednosti u konkretnoj poslovnoj praksi.

1.3. Istraživačke metode

Svrha i ciljevi ovih istraživanja implicirali su potrebu uporabe statističkih metoda.

1.4. Struktura rada

Da bi se uspješno odgovorilo na zahtjeve istraživane problematike ovaj rad je bilo potrebno strukturirati u četiri međusobno povezana dijela.

U prvom dijelu UVOD govori se o povijesti riječi statistika, ciljevima istraživanja te samom pojmu statistike.

U drugom dijelu pod naslovom SREDNJE VRIJEDNOSTI govori se općenito o aritmetičkoj, geometrijskoj, harmonijskoj sredini, modu i medijan čija primjena je objašnjena na primjerima.

U trećem dijelu pod naslovom IZRAČUN SREDNJIH VRIJEDNOSTI PRIMJENOM PROGRAMSKIH ALATA primjenom nekoliko odabranih programskih paketa dani su rezultati statističke obrade odabranih podataka. Najčešće korišten programski alat je Microsoft Excel koji nudi velik broj statističkih procedura. Osim MS Excela u praktičnoj upotrebi su i SPSS, Stata, Statistica, EVIEWS, JMP, SAS, R, PHStat i mnogi drugi. U našim primjerima koristili smo MS Excel, Statu, SPSS, PHStat.

U četvrtom dijelu pod naslovom ZAKLJUČAK dana su zaključna razmatranja ovog završnog rada.

2. Srednje vrijednosti

Srednje vrijednosti su vrijednosti statističkog obilježja koje na specifičan način reprezentiraju čitav statistički niz odnosno zamjenjuju sve vrijednosti u statističkom nizu i karakteriziraju statistički niz u cjelini. To su konstante kojima se predočuju nizovi varijabilnih podataka. Nazivamo ih još i mjerama centralne tendencije.

Centralna tendencija je težnja k okupljanju podataka oko jedne centralne vrijednosti odnosno bročana vrijednost koja reprezentira skupinu rezultata u slučajevima kada rezultati imaju tendenciju grupiranja oko neke vrijednosti. Njihova uloga je da istaknu onu veličinu koja je za sve njih karakteristična i koja može služiti kao sredstvo za uspoređivanje raznih statističkih nizova. (<https://bs.wikipedia.org/wiki/Statistika> , 10.ožujka 2017.)

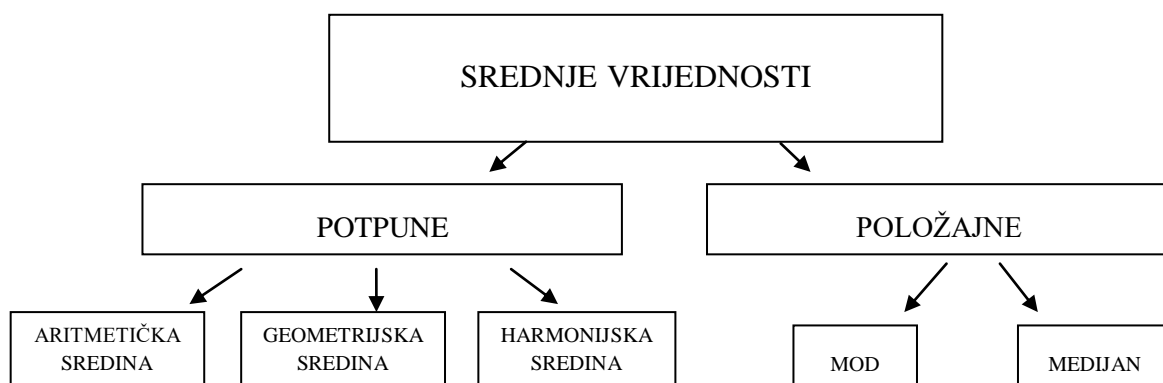
Srednja vrijednost određuje se iz homogenog skupa te ima značaj reprezentativne i tipične vrijednosti. U slučaju da je skup iznimno heterogen, potrebno je najprije izvršiti podjelu skupa u homogene dijelove, a zatim će se posebno odrediti srednja vrijednost za svaki od tih dijelova. Također, srednju je vrijednost moguće naći i u heterogenom skupu i računalno i formalno, ali vrijednost kao takva nema značaj srednje vrijednosti kao reprezentativnog pokazatelja. Ona se ne može izračunati kod svih statističkih nizova, stoga izbor srednje vrijednosti ovisi o vrsti statističke varijable ili obilježja, odnosno niza za koji se određuje. (http://www.unizd.hr/portals/4/nastavni_mat/2_godina/statistika/3_predavanje_statistika.pdf , 10.ožujka 2017.) .

S obzirom na način na koji se izračunavaju srednje vrijednosti dijelimo na:

1. potpune srednje vrijednosti i
2. položajne srednje vrijednosti.

U potpune srednje vrijednosti ubrajaju se aritmetička sredina, geometrijska sredina i harmonijska sredina, a u položajne srednje vrijednosti ubrajaju se medijan i mod. Navedeno je zorno prikazano slikom 1.

Slika 1. Srednje vrijednosti s obzirom na način kako se izračunavaju



Izvor: http://ss-ekonomsko-birotehnicka-st.skole.hr/upload/ss-ekonomsko-birotehnicka-st/images/static3/1035/File/PRILOG%202_3.pdf, (20. ožujka 2017.)

Potpune srednje vrijednosti određuju se na temelju svih podataka u statističkom nizu, dok se položajne srednje vrijednosti određuju položajem podataka u nizu. To je u pravilu jedan od modaliteta statističke varijable koji se identificira sukladno definiciji srednje vrijednosti ili se aproksimira pomoću manjeg broja podataka.

U analizi numeričkog niza po pravilu se koriste sve spomenute potpune i položajne vrijednosti. Ako je riječ o nominalnom nizu, upotrijebit će se, uz određene uvjete mod, a u analizi redosljednog niza medijan.

Položajne srednje vrijednosti, za razliku od potpunih, određuju se na osnovu mjesta – pozicije koje zauzimaju u nizu. Među njima najčešće korištene su mod i medijan. Svaka srednja vrijednost ima svoje mjesto, kako sa aspekta njenog značaja, tako i sa aspekta njenog izračunavanja odnosno određivanja, a koju od njih odabрати ovisi o cilju istraživanja.

Poželjno je da srednje vrijednosti imaju sljedeća obilježja:

- ako su sve vrijednosti promatranog statističkog obilježja nekog statističkog skupa međusobno jednake, onda i njihova srednja vrijednost treba biti jednaka toj vrijednosti,
- u danom statističkom skupu postoji najmanja i najveća vrijednost promatranog obilježja, a srednja vrijednost treba biti veća od najmanje i manja od najveće vrijednosti obilježja,
- srednja vrijednost treba ovisiti o svim vrijednostima obilježja u cijelom statističkom skupu.

Srednje vrijednosti se ne mogu izračunati kod svih statističkih nizova, stoga izbor srednje vrijednosti ovisi o vrsti statističke varijable ili obilježja odnosno niza za koji se ona određuje. Ona ne može biti manja od najmanje vrijednosti obilježja, niti veća od najveće vrijednosti; može biti i neka vrijednost koja uopće ne postoji u statističkom nizu; može imati i decimalan broj i u slučaju kad se vrijednost obilježja izračunava u cijelim brojevima. (http://ss-ekonomsko-birotehnicka-st.skole.hr/upload/ss-ekonomsko-birotehnicka-st/images/static3/1035/File/PRILOG%202_3.pdf (15. ožujka 2017))

2.1. Aritmetička sredina

Najvažnija i najraširenija srednja vrijednost koja se u svakodnevnom životu najčešće koristi je aritmetička sredina koja se u svakodnevnom govoru često naziva „prosjeak“. Aritmetička sredina se određuje tako da se zbroje sve vrijednosti numeričke varijable i podijele njihovim brojem. Aritmetička sredina se ponaša kao „ravnotežna točka“ u skupu, a kao nedostatak se smatra činjenica da na njenu vrijednost utječu ekstremne vrijednosti (engl. *outliners*). Ona se izražava u istim jedinicama kao i osnovni podaci te predstavlja prosječnu vrijednost nekog kontinuiranog niza brojeva.

Neophodan uvjet za pravilnu primjenu aritmetičke sredine jest taj da podaci u statističkom nizu pokazuju dovoljan stupanj homogenosti, a sam kriterij za određivanje te

homogenosti ovisi o prirodi i vrsti pojave koja je prikazana u statističkom nizu kao i da znamo smisao željenog rezultata.

Dva važna svojstva aritmetičke sredine su:

- zbroj odstupanja vrijednosti varijable X od njezine aritmetičke sredine je jednak nuli
- zbroj kvadrata odstupanja vrijednosti varijable X od aritmetičke sredine je minimalan

Aritmetička sredina ima dva osnovna načina izražavanja:

- jednostavna aritmetička sredina,
- ponderirana (složena, vagana) aritmetička sredina.

Jednostavna aritmetička sredina se koristi za izračunavanje aritmetičke sredine kad se barata jednostavnim, negrupiranim podacima, to jest kad se radi o takvim serijama u kojima se svaki podatak pojavljuje samo jednom. Ako se aritmetička sredina određuje za jedan statistički niz, onda se ona naziva jednostavna aritmetička sredina. Ona se izračunava tako da se zbroj svih podataka podijeli njihovim brojem.

Zbroj vrijednosti numeričke varijable naziva se totalom pa se aritmetička sredina može interpretirati kao jednaki dio totala po jedinici.¹

Ako su dane pojedinačne vrijednosti numeričke varijable X : $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$, tada je njihova aritmetička sredina dana izrazom:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad (1)$$

pri čemu je N broj podataka.

Primjer 1.

Tablicom 1 su prikazani podaci o visini petero slučajno odabranih studenata u Gospiću. Visina je izražena u centrimetrima. Odredimo prosječnu visinu tih petero slučajno odabranih studenata.

¹ http://www.unizd.hr/portals/4/nastavni_mat/2_godina/statistika/3_predavanje_statistika.pdf (15. ožujka 2017.)

Tablica 1. Visina petero slučajno odabranih studenata u Gospiću (u centrimetrima).

Visina u cm x_i	178	168	176	172	202
----------------------	-----	-----	-----	-----	-----

Izvor: Šošić, (2006.) i autorica.

Rješenje.

Primjenom formule (1) dobiva se

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{N} = \frac{178 + 168 + 176 + 172 + 202}{5} = \frac{896}{5} = 179.2 \text{ cm.}$$

Prosječna visina slučajno petero slučajno odabranih studenata iznosi 179.2 cm.

Ponderirana aritmetička sredina primjenjuje se kod grupiranih podataka, to jest kod onih podataka u kojima se pojedine vrijednosti (modaliteti statističke varijable) pojavljuju u nejednakim frekvencijama te je zbog toga nužno pri računanje aritmetičke sredine u obzir uzeti frekvencije svakog pojedinog modaliteta. Svaki modalitet se ponderira odnosno važe svojom frekvencijom. Ponderirana aritmetička sredina se izračunava tako da se zbroj svih umnožaka modaliteta statističke varijable i odgovarajućih frekvencija podijeli ukupnim zbrojem frekvencija to jest ukupnim brojem podataka.

Ako su dane pojedinačne vrijednosti numeričke varijable X : $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$, s pripadajućim frekvencijama $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_N$, tada je njihova aritmetička sredina dana izrazom:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i x_i}{\sum_{i=1}^N f_i} \quad (2)$$

Primjer 2.

Poduzeće X ima 200 zaposlenika. Prati se broj odsutnih zaposlenika s radnog mjesta za 110 radnih dana. Distribucija dana prema broju odsutnih zaposlenika navedena je u tablici 2.

Tablica 2. Broj dana s obzirom na broj odsutnih zaposlenika u poduzeću X.

Broj odsutnih radnika	Broj dana
0	4
1	10
2	20
3	27
4	17
5	8
6	8
7	6
8	5
9	3
10	2

Izvor: izračun autorice.

Odredimo prosječan broj odsutnih radnika po jednom danu.

Rješenje.

U ovom primjeru su podaci dani kao grupirani odnosno govorimo o distribuciji frekvencija. Varijabla je *broj odsutnih radnika*. To je numerička diskretna varijabla koja poprima vrijednosti 0, 1, 2, 3, 4, ..., 10. Budući da su vrijednosti numeričke varijable grupirane, aritmetička sredina se izračunava kao ponderirana aritmetička sredina korištenjem formule (2).

Tablicom 3 prikazan je izračuna ponderirane aritmetičke sredine.

Tablica 3. Izračun ponderirane aritmetičke sredine

Broj odsutnih radnika x_i	Broj dana f_i	$f_i x_i$
0	4	0
1	10	10

2	20	40
3	27	81
4	17	68
5	8	40
6	8	48
7	6	42
8	5	40
9	3	27
10	2	20
Ukupno	110	416

Izvor: Šošić (2006.).

Primjenom formule (2) dobiva se:²

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 27 \cdot 3 + 17 \cdot 4 + 8 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + 2 \cdot 10}{4 + 10 + 20 + 27 + 17 + 8 + 8 + 6 + 5 + 3 + 2} = \frac{416}{110} = 3.78182$$

Vagana aritmetička sredina iznosi 3.78182 odnosno prosječan broj odsutnih radnika po danu iznosi 3.78182 što se iz logičnih razloga može zaokružiti na 4 radnika.

Alternativno, aritmetička sredina se može izračunati korištenjem formule

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (5)$$

odnosno

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N P_i x_i}{100} \quad (6)$$

² Šošić, I. (2006.) Primjenjena statistika. Zagreb: Školska knjiga

pri čemu su p_i , $i = 1, \dots, N$ relativne frekvencije u decimalnom iznosu, a P_i , $i = 1, \dots, N$ relativne frekvencije izražene u postotku. Tako se u prethodnom primjeru aritmetička sredina može izračunati koristeći podatke iz tablice 4 i primjenom izraza (5) odnosno (6).

Tablica 4. Relativne frekvencije u decimalnom i postotnom iznosu za primjer 2.

Broj odsutnih radnika x_i	Broj dana f_i	Struktura, p_i	Struktura, P_i (%)
0	4	0.0364	3.64
1	10	0.0909	9.09
2	20	0.1818	18.18
3	27	0.2455	24.55
4	17	0.1545	15.45
5	8	0.0727	7.27
6	8	0.0727	7.27
7	6	0.0545	5.45
8	5	0.0455	4.55
9	3	0.2730	27.30
10	2	0.0182	1.82
Ukupno	110	1	100

Izvor: izračun autorice.

Aritmetička sredina iznosi

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \sum_{i=1}^N p_i x_i = 0.0364 \cdot 0 + 0.0909 \cdot 1 + 0.1818 \cdot 2 + 0.2455 \cdot 3 + 0.1545 \cdot 4 + 0.0727 \\ &\quad \cdot 5 + 0.0727 \cdot 6 + 0.0545 \cdot 7 + 0.0455 \cdot 8 + 0.2730 \cdot 9 + 0.0182 \cdot 10 \\ &= 3.78182 \end{aligned}$$

odnosno

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^N \frac{P_i x_i}{100}$$

$$\bar{x} = \frac{3.64 \cdot 0 + 9.09 \cdot 1 + 18.18 \cdot 2 + 24.55 \cdot 3 + 15.45 \cdot 4 + 7.27 \cdot 5 + 7.27 \cdot 6 + 5.45 \cdot 7 + 4.55 \cdot 8 + 27.3 \cdot 9 + 1.82 \cdot 10}{100} = 3.78182$$

Aritmetička sredina može se izračunati i provođenjem takozvanog „kodiranja“ vrijednosti numeričke varijable odnosno linearnom transformacijom primjenom izraza

$$d_i = \frac{x_i - a}{b} \quad (7)$$

gdje su a i b transformacijske konstante.

Tada je aritmetička sredina jednaka

$$\bar{x} = a + b\bar{d}, \bar{d} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \quad (8)$$

pri čemu je

$$\bar{d} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i d_i, N = \sum_{i=1}^k f_i. \quad (9)$$

2.2. Geometrijska sredina

U analizi vremenskih nizova najčešće korištena srednja vrijednost je geometrijska sredina. Izračunavanje geometrijske sredine zahtjeva nešto više računskih operacija jer zahtjeva operacije množenja i korjenovanja realnih brojeva. Geometrijska sredina niza brojeva je n -ti korijen iz umnoška njegovih članova. Da bi se odredila geometrijska sredina, svaka vrijednost obilježja x mora biti pozitivna i zato je upotreba ove sredine ograničena samo za ona statistička obilježja koja poprimaju samo pozitivne vrijednosti.

Geometrijska sredina se primjenjuje u analizi vremenskih nizova te se pomoću nje izračunava prosječna stopa promjene određene pojave.

Ona se nalazi između najmanje i najveće vrijednosti niza za koji se izračunava te je uvijek manja od aritmetičke sredine.

Geometrijska sredina dobiva se tako da se iz umnoška vrijednosti obilježja danog niza izvadi korijen čiji je eksponent jednak broju svih članova niza.

Jednostavna geometrijska sredina se koristi za izračunavanje geometrijske sredine jednostavnih, negrupiranih podataka. Ako su dane pojedinačne vrijednosti numeričke varijable X : $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$, tada je njihova geometrijska sredina dana izrazom:

$$G = \sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_i \cdot \dots \cdot x_N}, \quad (10)$$

pri čemu je $x_i > 0, \forall_i$.

Kraće se izraz (10) može zapisati kao

$$G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N x_i}. \quad (11)$$

Logaritmiranjem izraza (11) dobiva se

$$\log G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log x_i \quad (12)$$

koji je često prikladniji i jednostavniji za upotrebu.³

Primjer 3.

Tablicom 5 prikazane su pojedinačne vrijednosti numeričke varijable X . Odredimo vrijednost geometrijske sredine.

Tablica 5. Vrijednosti numeričke varijable X .

x_i	115	120	98	117	134	100	101	95	125	130	116
-------	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----

Izvor: Šošić, 2006.

³ Šošić, I. (2006.) Primijenjena statistika. Zagreb: Školska knjiga.

Rješenje.

Podaci su negrupirani pa se geometrijska sredina računa korištenjem formule (10) odnosno (11). Za navedene podatke dobiva se

$$G = \sqrt[11]{115 \cdot 120 \cdot 98 \cdot 117 \cdot 134 \cdot 100 \cdot 101 \cdot 95 \cdot 125 \cdot 130 \cdot 116} = 112.99.$$

Slijedi da je geometrijska sredina danih vrijednosti jednaka 112.99.⁴

Ponderirana geometrijska sredina primjenjuje se kod grupiranih podataka, a izračunavanje se provodi primjenom izraza

$$G = \sqrt[N]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_i^{f_i} \cdot \dots \cdot x_N^{f_N}} \quad (13)$$

odnosno kraće

$$G = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^N x_i^{f_i}}, \quad (14)$$

pri čemu su $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$ pojedinačne vrijednosti numeričke varijable X s pripadajućim frekvencijama $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_N$.

Primjer 4.

Tablicom 6 prikazana distribucija studenata prve godine stručnoga studija Računovodstvo i financije na Veleučilištu prema broju članova domaćinstva u kojemu žive. Odredimo vrijednost geometrijske sredine.

Tablica 6. Broj studenata prema broju članova domaćinstva.

Broj članova domaćinstva	Broj studenata
2	25
3	20

⁴ Šošić, I. (2006.) Primijenjena statistika. Zagreb: Školska knjiga.

4	30
5	15
6	10
Ukupno	100

Izvor: ilustracija.

Rješenje.

Geometrijska sredina zadane distribucije izračunava se primjenom izraza (13) odnosno (14) i iznosi

$$G = \sqrt[100]{2^{25} \cdot 3^{20} \cdot 4^{30} \cdot 5^{15} \cdot 6^{10}} \approx 3.419482401.$$

U prethodna dva primjera kao paktičan problem nameće se činjenica da dobiveni rezultat nije lako uobičajeno interpretirati, tj može se reći da je prosječan broj članova domaćinstva po jednom studentu iz Primjera 4 približno jednak 3.

Geometrijska srednja vrijednost ima specifična svojstva koja određuju njenu primjenu: (http://bkovacic.weebly.com/uploads/7/4/0/7/7407552/poslovna_statistika_-_skripta.pdf (16. ožujka 2017.)

- izračunavanje geometrijske sredine ima značaj samo za niz pozitivnih vrijednosti u kojoj nijedan član nije nula,
- njena vrijednost je uvijek manja od vrijednosti aritmetičke sredine,
- izravnava razlike između vrijednosti obilježja,
- na njenu veličinu utječu svi članovi niza.

Ako se, primjerice, cijena nekog proizvoda udvostruči, kažemo da se indeks cijene povećao sa 100 na 200, ako se, suprotno, cijena smanji za pola, onda je indeks pao sa 100 na 50. Jasno je da sredina ova dva indeksa treba biti 100, a geometrijska sredina daje upravo tu vrijednost:

$$G = \sqrt{200 \cdot 50} = 100 .$$

Aritmetička sredina bi u ovom slučaju dala pogrešnu vrijednost 125 te se zbog toga geometrijska sredina i koristi za izravnavanje indeksnih brojeva, tj. kao njihova srednja vrijednost. (Šošić, 2006.).

2.3. Harmonijska sredina

Za analizu pojava čiji je intenzitet obrnuto proporcionalan vrijednostima promatranog obilježja najprikladnija srednja vrijednost je harmonijska sredina. Harmonijska sredina niza brojeva recipročna je vrijednost aritmetičke sredine recipročnih vrijednosti članova tog niza. Ona nalazi svoju primjenu u istraživanju prosjeka u slučajevima kada se radi o obrnuto proporcionalnim veličinama. Sama upotreba harmonijske sredine nešto je više ograničena od geometrijske sredine. Ovisno o tome jesu li podatci grupirani ili negrupirani može se izračunati jednostavna ili ponderirana (složena) harmonijska sredina.

Jednostavna harmonijska sredina je recipročna vrijednost jednostavne aritmetičke sredine određene iz recipročnih vrijednosti obilježja. Ako su dane pojedinačne vrijednosti numeričke varijable X : $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$, tada je njihova harmonijska sredina dana izrazom

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}}. \quad (15)$$

Harmonijsku sredinu ima smisla izračunavati samo za ona obilježja čije su vrijednosti različite od nule. Harmonijska sredina izuzetno je osjetljiva na male vrijednosti članova niza.

Primjer 5.

Jedan radnik za izradu jednog proizvoda utroši 3 minute, drugi radnik za izradu istog proizvoda utroši 5 minuta. Koje proječno vrijeme troše oba radnika?

Rješenje.

Aritmetička sredina utrošenog radnog vremena iznosila bi $(3 + 5)/2 = 4$ minute. Ako je za jedan proizvod utrošeno prosječno 4 minute, kao što je vidljivo iz aritmetičke sredine, onda će

se u jednom satu proizvesti 15 proizvoda budući da je $60/4=15$, a za jedan radni dan 105 proizvoda odnosno $7 \cdot 15 = 105$. Oba će radnika proizvesti 210 proizvoda.

Ako se ovaj obračun provede prema individualnom utrošenom radnom vremenu, prvi radnik sa utroškom od 3 minute u sedam sati rada po danu, proizvest će 140 proizvoda ($60/3=20, 20 \cdot 7 = 140$). Drugi radnik kojemu je potrebno 5 minuta po proizvodu, proizvesti će 84 proizvoda ($60/5=12, 12 \cdot 7 = 84$). Iz navedenog se može zaključiti da da će oba radnika prema individualno utrošenom vremenu proizvesti 224 proizvoda u toku jednog radnog dana.

Kako objasniti razliku između rezultata rada ocijenjenog pomoću aritmetičke sredine i stvarnog? Obračun prosjeka na osnovu aritmetičke sredine ne može se koristiti na ovom primjeru, nego je prikladnije računati prosječno trošenje vremena primjenom harmonijske sredine.

Tada se primjenom izraza (15) dobiva

$$H = \frac{1+1}{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}} = 3.77.$$

Sa ovako utvrđenim prosjekom za jedan radni sat radnik proizvede 16 proizvoda, a za sedam sati 112 proizvoda što znači da dva radnika proizvedu 224 proizvoda, a to odgovara obračunu na osnovu stvarnih podataka.

Prosječna produktivnost ova dva radnika iznosi 16 proizvoda za 1 sat, ili recipročno, potrebno je 3.77 minuta za izradu jednog proizvoda.

Ponderirana harmonijska sredina primjenjuje se kod grupiranih podataka, a izračunavanje se provodi primjenom izraza

$$H = \frac{\sum_{i=1}^N f_i}{\sum_{i=1}^N \frac{f_i}{x_i}} \quad (16)$$

pri čemu su $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$ pojedinačne vrijednosti numeričke varijable X s pripadajućim frekvencijama $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_N$.

Primjer 6.

Tablicom 7 su prikazani podaci o prosječnoj prodajnoj cijeni udžbenika iz *Poslovne statistike* tijekom 2015. godine te struktura vrijednosti prodaje prema prodajnim područjima:

Tablica 7. Prosječna prodajna cijena udžbenika

Prodajno područje	Prosječna prodajna cijena u kunama	Struktura vrijednosti prodaje u %
Sjever	290,00	2
Središnja regija	300,00	35
Jug	295,00	40

Izvor: Šošić, (2006.)

Odredimo prosječnu prodajnu cijenu za sva tri područja zajedno.

Rješenje.

Vrijednost prodaje jednaka je umnošku ukupnog broja prodanih proizvoda i cijene jednoga proizvoda, dok je prosječna prodajna cijena jednaka količniku vrijednosti prodaje i ukupnog broja prodanih proizvoda. Budući da su postoci vrijednosti prodaje upravo razmjerni vrijednostima prodaje svakoga pojedinoga područja, traženu prosječnu prodajnu cijenu izračunat ćemo kao ponderiranu harmonijsku sredinu shvaćajući prosječne prodajne cijene kao modalitete, a strukture vrijednosti prodaje kao pondere (težine).

Primjenom izraza (16) dobiva se harmonijska sredina koja iznosi

$$H = \frac{25 + 35 + 40}{\frac{25}{290} + \frac{35}{300} + \frac{40}{295}} \approx 295.45 \text{ kn.}$$

Prosječna prodajna cijena za sva tri područja zajedno je (približno) 296 kuna. (Šošić, 2006.)

2.4. Medijan

Medijan je položajna srednja vrijednost i nalazi se u sredini niza te numerički niz uređen po veličini dijeli na dva jednakobrojna dijela. Karakterizira ga činjenica da je barem pola podataka veće ili jednako od medijana, a pola manje ili jednako od medijana. Označava se s M_e .

Medijan je ona vrijednost obilježja koja se nalazi u sredini niza čiji su podatci uređeni po veličini od najmanje do najveće vrijednosti odnosno vrijednost koja čitav niz podataka niza dijeli na dva jednakobrojna dijela tako da jedna polovina ima manju, a druga polovina vrijednost veću od medijana.

Za razliku od aritmetičke sredine koja se definira kao tipična vrijednost obilježja, medijan je vrijednost obilježja za tipičnu jedinicu.

Na vrijednost medijana ne utječu ekstremne vrijednosti obilježja te je zbog toga pogodna kao srednja vrijednost u rasporedima frekvencija sa otvorenim intervalima. Općenito, ako vrijednosti obilježja u distribuciji znatno variraju, medijan je bolja mjera centralne tendencije od aritmetičke sredine.

Kao i kod prethodno opisanih srednjih vrijednosti, način izračuna medijana ovisi o tome radi li se o negrupiranim ili grupiranim podacima.

Medijan negrupiranih podataka računa se tako da se vrijednosti statističke varijable poredaju po veličini, primjerice od najmanje do najveće. Određivanje medijana ovisi o tome radi li se o parnom ili neparnom broju podataka. Ukoliko se uređeni skup podataka sastoji od neparnog broja podataka, onda postoji vrijednost koja je na srednjoj poziciji u uređenom skupu podataka pa nju definiramo kao medijan. Dakle, medijan je vrijednost statističke varijable središnjeg člana niza uređenog prema veličini.

Primjer 7.

Dane su vrijednosti neke varijable X :

1, 2, 5, 6, 5, 1, 2, 7, 2, 2, 3.

Za dane vrijednosti odredimo medijan.

Rješenje.

Da bi se odredio medijan, potrebno je vrijednosti najprije poredati po veličini:

1, 1, 2, 2, 2, **2**, 3, 5, 5, 6, 7.

S obzirom da je u nizu ukupno jedanaest vrijednosti, medijan je vrijednost koja se nalazi na šestoj poziciji u tako dobivenom nizu, tj. broj 2.

Ukoliko je niz podataka paran, onda ne postoji podatak koji je na srednjoj poziciji jer srednju poziciju „zauzimaju“ dva podatka. Medijan je jednak poluzbroju vrijednosti varijable središnjih dvaju članova uređenog niza. Da bi se jedinstveno odredio medijan podataka, u tom ga se slučaju definira kao broj na polovini tog intervala, tj. kao aritmetičku sredinu tih dvaju podataka.

Primjer 8.

Dane su vrijednosti neke varijable X :

1, 2, 5, 6, 5, 1, 2, 7, 2, 2, 3, 3.

Odredimo medijan.

Rješenje.

Da bi se odredio medijan, potrebno je vrijednosti najprije poredati po veličini:

1, 1, 2, 2, 2, **2**, **3**, 3, 5, 5, 6, 7.

S obzirom da se niz sastoji od 12 vrijednosti što je paran broj, sredinu čine šesti i sedmi podatak po redu, tj. brojevi 2 i 3. Medijan ovog skupa podataka je aritmetička sredina ta dva broja, tj. medijan je $(2+3)/2=2.5$.

Medijan grupiranih podataka neprekidnog numeričkog obilježja se utvrđuje interpolacijom između donje i gornje granice medijalnog razreda⁵

$$M_e = L_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum f_1}{f_{med}} i \quad (17)$$

gdje je L_1 donja granica medijalnog razreda, N je broj vrijednosti u nizu, $\sum f_1$ zbroj frekvencija do medijalnog razreda, f_{med} frekvencija medijalnog razreda, a i veličina medijalnog razreda.

S obzirom da vrijednost medijana u najvećoj mjeri ovisi o broju i redosljedu vrijednosti u nizu, za njegovo utvrđivanje nije neophodno raspolagati svim vrijednostima, ako su one poredane po veličini. Ovo svojstvo dopušta mogućnost da se, primjerice srednji vijek trajanja određene vrste sredstva za prijevoz turista odredi i prije rashodovanja svih raspoloživih sredstava tako što se medijan odredi čim broj rashodovanih sredstava prijeđe polovinu njihova broja.

Isto tako, u slučajevima kada je teško pribaviti točne numeričke vrijednosti za sve članove niza, ali ih je lako rangirati, moguće je odrediti središnji član i tako izmjeriti njegovu numeričku vrijednost koja onda predstavlja cijelu seriju u smislu medijana.

Kada otvoreni grupni interval sadrži više od polovine svih jedinica tada se ne može odrediti medijan. Takvi slučajevi su u praksi rijetki jer je za pravilno grupiranje uvjet da otvoreni grupni interval ima što manju frekvenciju.

U pogledu svojstava koje ima, treba primijetiti da na medijan ne utječu promjene vrijednosti obilježja što se može tumačiti i kao prednost i kao nedostatak. Otvoreni grupni intervali za medijan ne predstavljaju problem te jedini zahtjev koji se podrazumijeva je da su vrijednosti obilježja u rasporedu uređene po veličini. (Šošić, 2006.)

⁵ Medijalni razred je onaj razred u kojem se nalazi medijan.

2.5. Mod

Mod je vrijednost statističkog obilježja koja se najčešće javlja u nekom nizu tj. vrijednost obilježja kojoj pripada najveća frekvencija. Mod se pojavljuje u nizu te je prema tome mod modalitet nominalne varijable, rang – varijable ili numeričke varijable s najvećom frekvencijom. Mod se označava s M_o .

Već iz same definicije moda očito je da se on može odrediti neovisno o tipu obilježja, tj. mod je jedina srednja vrijednost koja se može odrediti i za kvalitativna i za kvantitativna obilježja. Dakako, nužan uvjet za postojanje moda je pojavljivanje barem dva jednaka modaliteta u statističkom nizu.

Mod distribucije frekvencija danih u razredima izražava se pomoću izraza

$$M_o = L_1 + \frac{(b-a)}{(b-a)+(b-c)} i \quad (18)$$

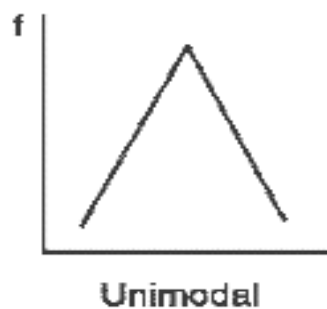
gdje je b najveća (korigirana) frekvencija, a frekvencija ispred nje, a c frekvencija iza najveće korigirane frekvencije. L_1 je donja granica modalnog razreda, a i njegova veličina.

Kada su razredi jednakih veličina, umjesto korigiranih koriste se originalne frekvencije.

Statistički nizovi mogu biti unimodalni što znači da se u nizu nalazi jedna frekvencija veća od dviju susjednih; bimodalni kada se u nizu nalaze dvije frekvencije veće od susjednih; multimodalni sa više većih frekvencija. Isto tako je moguće da se u jednom skupu ne može uopće odrediti mod.

Slikom 2 prikazan je primjer unimodalne distribucije podataka.

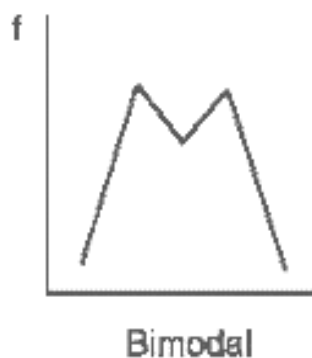
Slika 2. Unimodalna distribucija podataka.



Izvor: <http://www.statcan.gc.ca/edu/power-pouvoir/ch8/5214816-eng.htm> (20. ožujka 2017.)

Slikom 3 prikazan je primjer bimodalne distribucije podataka.

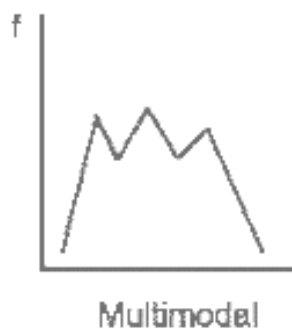
Slika 3. Bimodalna distribucija podataka.



Izvor: <http://www.statcan.gc.ca/edu/power-pouvoir/ch8/5214816-eng.htm> (25. ožujka 2017.)

Slikom 4 prikazan je primjer multimodalne distribucije podataka.

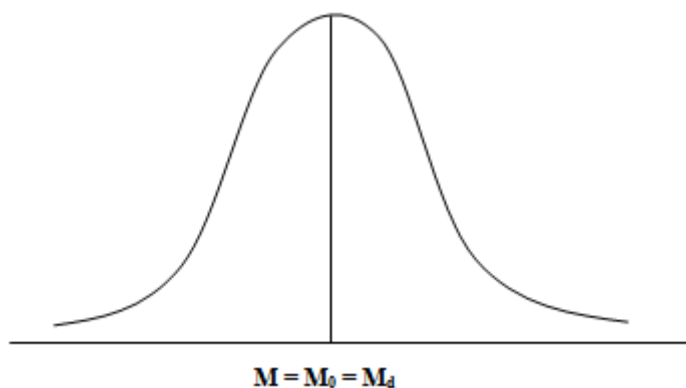
Slika 4. Multimodalna distribucija podataka.



Izvor: <http://www.statcan.gc.ca/edu/power-pouvoir/ch8/5214816-eng.htm> (25. ožujka 2017.)

Za simetričnu i unimodalnu distribuciju, srednja vrijednost, mod i medijan se podudaraju i padaju u sredinu distribucije što je prikazano slikom 5.

Slika 5. Simetrična unimodalna funkcija.



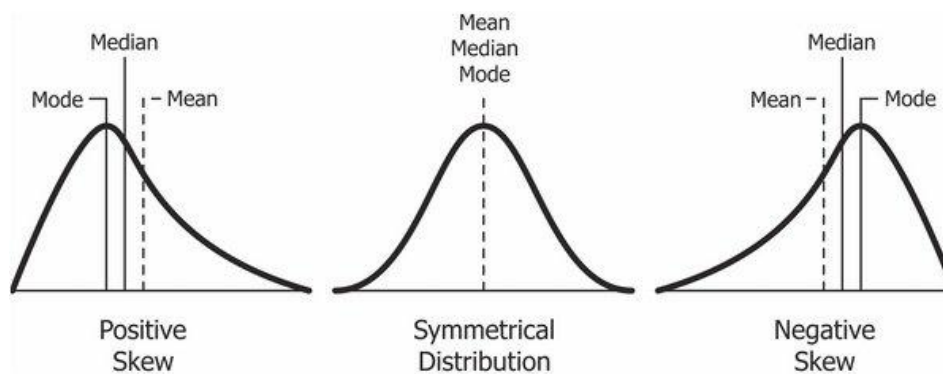
Izvor: <http://ecoursesonline.iasri.res.in/mod/resource/view.php?id=4756> (25. ožujka 2017.)

Za kosu unimodalnu raspodjelu medijan je uvijek između srednje vrijednosti i moda.

Iz grafičkog prikaza distribucije je očito gdje se nalazi mod, on je uvijek vrijednost obilježja s najvećom frekvencijom, a aritmetička sredina je uvijek na onoj strani na kojoj je dominantni rep distribucije.

Slikom 6 prikazane su lijevo i desno asimetrične distribucije te je dan primjer simetrične distribucije. Na svakom primjeru je naznačena aritmetička sredina, medijan i mod.

Slika 6. Primjeri simetrične distribucije i asimetričnih unimodalnih distribucija.



Izvor: <https://www.quora.com/What-does-SKEWED-DISTRIBUTION-mean> (30. ožujka 2017.)

3. Izračun srednjih vrijednosti primjenom programskih alata

Razvojem informacijsko-komunikacijske tehnologije razvijali su se i programi za statističku obradu podataka. Najčešće korišten programski alat je Microsoft Excel koji nudi velik broj statističkih procedura. Osim MS Excela u praktičnoj upotrebi su i SPSS, Stata, Statistica, EVIEWS, JMP, SAS, R, PHStat i mnogi drugi. U ovom poglavlju na konkretnom primjeru kreditne izloženosti najvećih 20 najvećih dužnika Ličko-senjske županije u razdoblju od 2010. – 2016. prikazani su rezultati statističke obrade podataka u MS Excelu, PHStatu, Stati, SPSS-u. Podatci o kreditnoj izloženosti na temelju kojih je provedena analiza prikazani su tablicom 8.

Primjer 9.

Tablica 8. Kreditna izloženost 20 najvećih dužnika Ličko-senjske županije u razdoblju od 2010. - 2016.

	30. 09.2016.	31. 12. 2015	31. 12. 2014	31. 12. 2013.	31. 12. 2012.	31. 12.2011.	31. 12. 2010.
D 1	70.074	79.803	81.213	81.928	81.644	79.225	97.436
D 2	60.031	50.297	55.570	53.234	62.364	64.195	65.743
D 3	45.225	34.407	46.807	37.894	65.091	51.982	43.015
D 4	33.822	33.520	33.776	36.009	37.836	37.587	34.037
D 5	24.669	24.572	20.967	28.082	37.487	27.184	24.434
D 6	22.996	19.031	20.733	23.326	25.512	22.104	18.400
D7	15.520	18.273	16.079	20.499	20.690	20.491	15.961
D 8	14.331	16.798	15.456	17.288	20.282	19.091	15.691
D 9	10.771	12.980	14.940	14.529	16.697	17.684	15.383
D10	10.639	8.821	10.800	13.306	16.425	16.481	15.089
D 11	8.716	8.738	9.042	11.125	15.701	15.304	12.189
D12	7.928	8.077	8.690	9.058	14.812	12.461	11.520
D13	6.941	7.714	8.209	8.669	10.457	11.551	10.966
D 14	6.350	7.413	7.415	8.164	10.224	10.216	10.924
D15	6.181	6.854	6.609	7.141	8.595	9.503	9.955
D16	5.924	6.793	5.606	5.652	6.370	7.430	9.073
D17	5.698	6.103	5.051	5.275	6.628	6.559	6.328
D 18	5.323	5.615	4.474	5.034	6.591	6.130	5.594
D19	5.065	5.525	3.600	4.493	6.022	5.772	5.383
D20	5.008	5.083	3.431	4.471	5.473	4.962	4.937

Izvor: Hrvatska narodna banka.

Kreditnu izloženost definira se kao zbroj financijskih instrumenata raspoređenih u portfelje *kreditni i potraživanja i ulaganja koja se drže do dospijeca* u skladu s MRS-om 39 te preuzetih izvanbilančnih stavki na osnovu kojih su kreditne institucije izložene kreditnom riziku. Iznos se prikazuje na bruto osnovi, dakle bez umanjenja za ispravke vrijednosti i rezerviranja. Iznosi su dani u tisućama kuna.

3.1. Izračun srednjih vrijednosti u MS Excelu

Iako Excel ima manje mogućnosti nego specijalizirani softveri za statističku obradu podataka kao primjerice SPSS, on sadrži puno statističkih funkcija koje ga čine moćnim alatom. Njih možemo iskoristiti za analizu poslovnih izvještaja, a imaju primjenu i u svim drugim oblicima gdje se statistika koristi kao alat za analizu podataka.

Tablicom 9. prikazan je rezultat statističke obrade podataka o kreditnoj izloženosti provedene primjenom programa MS Excel.

Tablica 9. Rezultati provedene analize u MS Excelu.

	30. rujna 2016.	31. prosinca 2015	31. prosinca 2014
Mean	18560,6	18320,85	18923,4
Standard Error	4303,725369	4228,756363	4584,05056
Median	9677,5	8779,5	9921
Mode	#N/A	#N/A	#N/A
Standard Deviation	19246,84496	18911,57337	20500,49733
Sample Variance	370441041	357647607,5	420270390,7
Kurtosis	2,149122093	5,300489788	3,74699902
Skewness	1,72996131	2,215393955	1,989977546
Range	65066	74720	77782
Minimum	5008	5083	3431
Maximum	70074	79803	81213
Sum	371212	366417	378468
Count	20	20	20

	31. prosinca 2013.	31. prosinca 2012.	31. prosinca 2011.	31. prosinca 2010.
Mean	19758,85	23745,05	22295,6	21602,9
Standard Error	4423,097484	4957,409224	4610,689273	5185,722155
Median	12215,5	16063	15892,5	13639
Mode	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A
Standard Deviation	19780,69329	22170,20804	20619,62928	23191,2545
Sample Variance	391275827,1	491518124,4	425169111,5	537834285,5
Kurtosis	4,338922029	1,56401995	2,389524568	5,8156822
Skewness	2,004376043	1,558728319	1,734796059	2,38420623
Range	77457	76171	74263	92499
Minimum	4471	5473	4962	4937
Maximum	81928	81644	79225	97436
Sum	395177	474901	445912	432058
Count	20	20	20	20

Izvor: izračun autorice.

Primjenom alata Data Analysis – Descriptive Statistics dobije se detaljna deskriptivna statistika analiziranih podataka. Prikazana je aritmetička sredina, medijan, mod, najmanja i najveća vrijednost, raspon podataka, varijanca, standardna devijacija, koeficijent varijacije, koeficijent asimetrije, mjera zaobljenosti, broj podataka i standardna pogreška. Geometrijska i harmonijska sredina nisu dio standardnog prikaza u MS Excelu, nego ih je potrebno posebno računati primjenom funkcije =*GEOMEAN()* i =*HARMEAN()*. Može se primjetiti da za dane podatke vrijednost moda nije izračunata, što je i očekivano s obzirom da ne postoje dva dužnika s istom kreditnom izloženošću.

3.2. Izračun srednjih vrijednosti u PHStatu

Tablicom 10. prikazan je rezultat statističke obrade podataka o kreditnoj izloženosti provedene primjenom programa PHStat.

Tablica 10. Rezultati provedene analize u PHStatu

	30.09.2016	31.12.2015.	31.12.2014.
Mean	18610,64653	18321,3654	18923,45358
Median	9677,66389	8779,70889	9920,655835
Mode	#N/A	#N/A	#N/A
Minimum	5008,32728	5083,37718	3431,36423

Maximum	70073,94742	79802,86394	81212,95429
Range	65065,62014	74719,48676	77781,59006
Variance	370169223,9	357632266,5	420271783,8
Standard Deviation	19239,78233	18911,16777	20500,53131
Coeff. of Variation	1,033805155	1,032192053	1,083339847
Skewness	1,723366078	2,215474426	1,989971407
Kurtosis	2,135260901	5,300825134	3,746942761
Count	20	20	20
Standard Error	4302,146115	4228,665667	4584,058158

	31.12.2013.	31.12.2012.	31.12.2011.	31.12.2010.
Mean	19758,91873	23313,17181	22295,48906	21602,83
Median	12215,64314	16062,84509	15892,34539	13638,95
Mode	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A
Minimum	4470,61849	5473,07016	4962,19939	4936,592
Maximum	81927,71251	81644,27873	79225,01651	97436,45
Range	77457,09402	76171,20857	74262,81712	92499,86
Variance	391271316,7	455763187,4	425168565	5,38E+08
Standard Deviation	19780,57928	21348,6109	20619,61602	23191,37
Coeff. of Variation	1,001096242	0,915731719	0,924833538	1,073534
Skewness	2,00436526	1,593678755	1,734804944	2,384213
Kurtosis	4,338914495	1,913954264	2,389551599	5,815728
Count	20	20	20	20
Standard Error	4423,071991	4773,69452	4610,68631	5185,748

Izvor: izračun autorice.

Primjenom naredbe Descriptive Statistics – Descriptive Summary dobije se detaljna deskriptivna statistika analiziranih podataka. Prikazana je aritmetička sredina, medijan, mod, najmanja i najveća vrijednost, raspon podataka, varijanca, standardna devijacija, koeficijent varijacije, koeficijent asimetrije i mjera zaobljenosti. Geometrijska i harmonijska sredina također nisu dio standardnog prikaza.

3.3. Izračun srednjih vrijednosti u Stati

Tablicom 11. prikazan je rezultat statističke obrade podataka o kreditnoj izloženosti provedene primjenom programa Stata.

Tablica 11. Rezultati provedene analize u Stati.

30. rujna 2016.

	Percentiles	Smallest		
1%	5008.327	5008.327		
5%	5036.506	5064.685		
10%	5194.037	5323.39	Obs	20
25%	6052.826	5697.671	Sum of Wgt.	20
50%	9677.664		Mean	18610.65
		Largest	Std. Dev.	19239.78
75%	23832.39	33821.73		
90%	52627.99	45224.57	Variance	3.70e+08
95%	65052.68	60031.41	Skewness	1.591323
99%	70073.95	70073.95	Kurtosis	4.351854

31. prosinca 2015.

	Percentiles	Smallest		
1%	5083.377	5083.377		
5%	5309.437	5535.497		
10%	5575.276	5615.056	Obs	20
25%	6823.409	6102.569	Sum of Wgt.	20
50%	8779.709		Mean	18321.37
		Largest	Std. Dev.	18911.17
75%	21801.48	33520.05		
90%	42351.95	34406.94	Variance	3.58e+08
95%	65049.91	50296.95	Skewness	2.045726
99%	79802.86	79802.86	Kurtosis	6.77958

31. prosinca 2014.

	Percentiles	Smallest		
1%	3431.364	3431.364		
5%	3515.644	3599.925		
10%	4037.177	4474.43	Obs	20
25%	6107.351	5050.658	Sum of Wgt.	20
50%	9920.656		Mean	18923.45
		Largest	Std. Dev.	20500.53
75%	20850.1	33775.84		
90%	51188.88	46807.49	Variance	4.20e+08
95%	68391.61	55570.27	Skewness	1.837501
99%	81212.95	81212.95	Kurtosis	5.587881

31. prosinca 2013.

	Percentiles	Smallest		
1%	4470.618	4470.618		
5%	4481.716	4492.813		
10%	4763.508	5034.204	Obs	20
25%	6396.637	5274.597	Sum of Wgt.	20
50%	12215.64		Mean	19758.92
		Largest	Std. Dev.	19780.58
75%	25704.07	36009.15		
90%	45563.64	37893.58	Variance	3.91e+08
95%	67580.71	53233.71	Skewness	1.850792
99%	81927.71	81927.71	Kurtosis	6.041874

31. prosinca 2012.

	Percentiles	Smallest		
1%	5473.07	5473.07		
5%	5747.629	6022.187		
10%	6306.431	6590.676	Obs	20
25%	7662.801	6628.387	Sum of Wgt.	20
50%	16062.85		Mean	23313.17
		Largest	Std. Dev.	21348.61
75%	31499.7	37836.46		
90%	59227.35	56090.75	Variance	4.56e+08
95%	72004.12	62363.95	Skewness	1.471572
99%	81644.28	81644.28	Kurtosis	4.18213

31. prosinca 2011.

	Percentiles	Smallest		
1%	4962.199	4962.199		
5%	5367.042	5771.885		
10%	5950.717	6129.55	Obs	20
25%	8466.396	6559.143	Sum of Wgt.	20
50%	15892.35		Mean	22295.49
		Largest	Std. Dev.	20619.62
75%	24643.91	37586.54		
90%	58088.45	51982.37	Variance	4.25e+08
95%	71709.78	64194.54	Skewness	1.601885
99%	79225.02	79225.02	Kurtosis	4.546874

31. prosinca 2010.

Percentiles		Smallest		
1%	4962.199	4962.199		
5%	5367.042	5771.885		
10%	5950.717	6129.55	Obs	20
25%	8466.396	6559.143	Sum of Wgt.	20
50%	15892.35		Mean	22295.49
		Largest	Std. Dev.	20619.62
75%	24643.91	37586.54		
90%	58088.45	51982.37	Variance	4.25e+08
95%	71709.78	64194.54	Skewness	1.601885
99%	79225.02	79225.02	Kurtosis	4.546874

Izvor: izračun autorice.

Primjenom naredbe Statistics – Summaries, tables and tests – Summary and Descriptive Statistics – Summary Statistics dobije se detaljna deskriptivna statistika analiziranih podataka. Stata daje rezultate za svaki niz podataka posebno. Prikazani su percentili, medijan, najmanja i najveća vrijednost, broj podataka, aritmetička sredina, standardna devijacija, varijanca, koeficijent asimetrije i mjera zaobljenosti. Geometrijska i harmonijska sredina također nisu dio standardnog prikaza.

3.4. Izračun srednjih vrijednosti u SPSS-u

Tablicom 12 prikazan je rezultat statističke obrade podataka o kreditnoj izloženosti provedene primjenom statističkog programa SPSS.

Tablica 12. Rezultati provedene analize u SPSS-u.

30. rujna 2016.

```
DESCRIPTIVES VARIABLES=ruj_30
  /STATISTICS=MEAN SUM STDDEV VARIANCE RANGE MIN MAX SEMEAN.
```

Descriptives

[DataSet0]

	Descriptive Statistics								
	N	Range	Minimum	Maximum	Sum	Mean	Std. Deviation	Variance	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Statistic
ruj_30	20	65.066	5.008	70.074	372.212	18.61060	4.302156	19.239828	370,171
Valid N (listwise)	20								

31. prosinca 2015.

```
DESCRIPTIVES VARIABLES=pros_31
  /STATISTICS=MEAN SUM STDDEV VARIANCE RANGE MIN MAX SEMEAN.
```

Descriptives

[DataSet0]

Descriptive Statistics									
	N	Range	Minimum	Maximum	Sum	Mean		Std. Deviation	Variance
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Statistic
pros_31	20	74.720	5.083	79.803	366.427	18.32135	4.228677	18.911217	357,634
Valid N (listwise)	20								

31. prosinca 2014.

```
DESCRIPTIVES VARIABLES=pros_31_14
  /STATISTICS=MEAN SUM STDDEV VARIANCE RANGE MIN MAX SEMEAN.
```

Descriptives

[DataSet0]

Descriptive Statistics									
	N	Range	Minimum	Maximum	Sum	Mean		Std. Deviation	Variance
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Statistic
pros_31_14	20	77.782	3.431	81.213	378.468	18.92340	4.584051	20.500497	420,270
Valid N (listwise)	20								

31. prosinca 2013.

Descriptives

[DataSet0]

Descriptive Statistics									
	N	Range	Minimum	Maximum	Sum	Mean		Std. Deviation	Variance
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Statistic
pros_31_13	20	77.457	4.471	81.928	395.177	19.75885	4.423097	19.780693	391,276
Valid N (listwise)	20								

31. prosinca 2012.

```
DESCRIPTIVES VARIABLES=pros_31_12
  /STATISTICS=MEAN SUM STDDEV VARIANCE RANGE MIN MAX SEMEAN.
```

Descriptives

[DataSet0]

Descriptive Statistics									
	N	Range	Minimum	Maximum	Sum	Mean		Std. Deviation	Variance
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Statistic
pros_31_12	20	76.171	5.473	81.644	466.261	23.31305	4.773696	21.348616	455,763
Valid N (listwise)	20								

31. prosinca 2011.


```
DESCRIPTIVES VARIABLES=pros_31_11
  /STATISTICS=MEAN SUM STDDEV VARIANCE RANGE MIN MAX SEMEAN.
```

Descriptives

[DataSet0]

Descriptive Statistics									
	N	Range	Minimum	Maximum	Sum	Mean		Std. Deviation	Variance
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Statistic
pros_31_11	20	74.263	4.962	79.225	445.912	22.29560	4.610689	20.619629	425,169
Valid N (listwise)	20								

31. prosinca 2010.

```
DESCRIPTIVES VARIABLES=pros_31_10
  /STATISTICS=MEAN SUM STDDEV VARIANCE RANGE MIN MAX SEMEAN.
```

Descriptives

[DataSet0]

Descriptive Statistics									
	N	Range	Minimum	Maximum	Sum	Mean		Std. Deviation	Variance
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Statistic
pros_31_10	20	92.499	4.937	97.436	432.058	21.60290	5.185722	23.191255	537,834
Valid N (listwise)	20								

Izvor: izračun autorice.

Primjenom naredbe Descriptive Statistics dobije se detaljna deskriptivna statistika analiziranih podataka. SPSS daje rezultate za svaki niz podataka posebno. Prikazan je broj podataka, raspon, najmanja i najveća vrijednost, zbroj podataka, aritmetička sredina, standardna pogreška, varijanica, standardna devijacija. Geometrijska i harmonijska sredina također nisu dio standardnog prikaza.

4. Zaključak

Srednje vrijednosti su vrijednosti statističkog obilježja koje na specifičan način reprezentiraju čitav statistički niz odnosno zamjenjuju sve vrijednosti u statističkom nizu i karakteriziraju statistički niz u cjelini. To su konstante kojima se predočuju nizovi varijabilnih podataka. Nazivamo ih još i mjerama centralne tendencije. Njihova primjena je izuzetno važna i predstavlja osnovu svake statističke analize. U ovom radu detaljno su prikazane srednje vrijednosti te su dana objašnjenja i formule za njihov izračun. U radu je dan pregled rezultata statističke obrade primjenom programskih paketa MS Excel, PHStat, Stata, SPSS. Na temelju dobivenih rezultata moguće je detaljno analizirati prikazane podatke te ih međusobno usporediti. S obzirom na nešto rjeđu primjenu geometrijske i harmonijske sredine može se primjetiti da su one izostavljene iz standardnih ispisa navedenih programskih paketa.



LITERATURA

KNJIGE:

[1]Šošić, I. (2006.) Primijenjena statistika. Zagreb: Školska knjiga.

INTERNETSKE STRANICE:

[1] Wikipedia, https://bs.wikipedia.org/wiki/Statistika_10.ožujka 10. ožujka 2017.

[2] http://bkovacic.weebly.com/uploads/7/4/0/7/7407552/poslovna_statistika_-_skripta.pdf 10. ožujka 2017.

[3] http://ss-ekonomsko-birotehnicka-st.skole.hr/upload/ss-ekonomsko-birotehnicka-st/images/static3/1035/File/PRILOG%202_3.pdf 10. ožujka 2017.

[4]http://www.unizd.hr/portals/4/nastavni_mat/2_godina/statistika/3_predavanje_statistika.pdf 10. ožujka 2017.

[5] <https://www.pmf.unizg.hr/download/repository/PREDAVANJE7.pdf> 10. ožujka 2017.

[6] http://www.unizd.hr/portals/4/nastavni_mat/2_godina/statistika/3_predavanje_statistika.pdf 10. ožujka 2017.

[7] http://ss-ekonomsko-birotehnicka-st.skole.hr/upload/ss-ekonomsko-birotehnicka-st/images/static3/1035/File/PRILOG%202_3.pdf 15. ožujka 2017.

[18] http://www.unizd.hr/portals/4/nastavni_mat/2_godina/statistika/3_predavanje_statistika.pdf 15. ožujka 2017.

[19] http://bkovacic.weebly.com/uploads/7/4/0/7/7407552/poslovna_statistika_-_skripta.pdf 16. ožujka 2017.

[20] http://ss-ekonomsko-birotehnicka-st.skole.hr/upload/ss-ekonomsko-birotehnicka-st/images/static3/1035/File/PRILOG%202_3.pdf 20. ožujka 2017.

POPIS SLIKA

Slika 1: Srednje vrijednosti s obzirom na način kako se izračunavaju

Slika 2: Unimodalna distribucija podataka

Slika 3: Bimodalna distribucija podataka

Slika 4: Multimodalna distribucija podataka

Slika 5: Simetrična unimodalna funkcija

Slika 6: Primjeri simetrične distribucije i asimetrične unimodalne distribucije

POPIS TABLICA

Tablica 1. Visina petero slučajno odabranih studenata u Gospiću

Tablica 2. Broj dana s obzirom na broj odsutnih zaposlenika u poduzeću X

Tablica 3. Izračun ponderirane aritmetičke sredine

Tablica 4. Relativne frekvencije u decimalnom i postotnom iznosu

Tablica 5. Vrijednost numeričke varijable X

Tablica 6. Broj studenata prema broju članova domaćinstva

Tablica 7. Prosječna prodajna cijena udžbenika

Tablica 8. Kreditna izloženost 20 najvećih dužnika ličko-senjske u razdoblju od 2010. – 2016.

Tablica 9. Rezultati provedene analize u MS Excel

Tablica 10. Rezultati provedene analize u PHStatu

Tablica 11. Rezultati provedene analize u Stati

Tablica 12. Rezultati provedene analize u SPSS-u